

УДК 62-38

Корниенко С. В.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОДЪЁМА ГРУЗА БАШЕННЫМ КРАНОМ

Задача неуклонного повышения эксплуатационной эффективности промышленного производства в настоящее время решается путём увеличения единичных мощностей машин и применения высокопроизводительной техники, что ведет к увеличению динамических нагрузок, снижению эксплуатационной надежности кранов, качества строительно-монтажных работ [1]. Кроме того, парк кранового оборудования сильно изношен и требует либо модернизации, либо замены.

Одним из решений поставленной проблемы является разработка адаптивной электро-механической системы грузоподъемного крана [2]. Разработка адаптивной системы управления невозможна без анализа динамики подъема грузов, который осуществляется на основании математического моделирования [3].

Цель исследования – разработка математической модели электромеханической системы (ЭМС) механизма подъема башенного крана с учётом динамических особенностей металлоконструкции крана и поднимаемого груза.

Как показывают исследования [1], наиболее неблагоприятными режимами работы крановых механизмов подъема являются режимы подъема груза, лежащего на полу, и стопорного торможения груза, опускающегося с номинальной скоростью или скоростью, существенно превышающей номинальную. В период разгона и торможения помимо статических нагрузок должны быть приложены дополнительные усилия для преодоления сил инерции вращающихся частей лебёдки и подвешенного груза. Так как грузовой канат и несущие конструкции крана не являются абсолютно жёсткими, приложение усилий приводит к колебаниям.

Малые веса конструкций, большие высоты и скорости подъема, характерные для башенных кранов, являются причинами того, что на практике колебательный характер разгона и торможения явно ощутим. Это приводит к значительному возрастанию динамических нагрузок и в ряде случаев является причиной поломок и аварий [5].

Подъем груза исследуется для двух этапов движения. В первом этапе груз покоится на основании, а подъемный двигатель натягивает канаты до того момента, пока усилие в подъемном канате не будет равно весу груза. Во втором этапе груз отрывается от основания и в известной мере «поддёргивается» натянутым канатом. Скорость груза нередко может быть больше скорости подъема. Такая скорость достигается в точке возврата после превышения средней скорости подъема, а затем вновь уменьшается, пока перемещающийся вверх с постоянной скоростью канат не начнет воздействовать на груз. Напуск канатов полиспаста может быть такой, что работа механизма подъема в течение второго этапа протекает при полной номинальной скорости подъема. Этот случай соответствует подъему груза с «подхватом», являющийся запрещённым правилами технической эксплуатации грузоподъемных кранов, и являющийся аварийным [1].

Согласно этому положению рассмотрим вопрос определения динамических нагрузок при работе механизма подъема при подъеме груза с «подхватом», как самый неблагоприятный для крановых механизмов.

Принципиальные расчётные схемы башенного крана при подъеме груза с «подхватом» [4] приведены на рис. 1 для первого и второго этапов. На схемах обозначены: m_s , m_2 – приведённая масса стрелы, башни крана к головке стрелы и соответственно груза; c_k – коэффициент жёсткости канатов полиспаста; x_s , y_s – горизонтальное и вертикальное перемещения головки стрелы; F_1 – сила инерции металлоконструкции крана; F_2 – усилие в канате; vt – перемещение подъемного каната, наматываемого на барабан. Упругие свойства несущей конструкции башенного крана характеризуются коэффициентами податливости δ_{ij} .

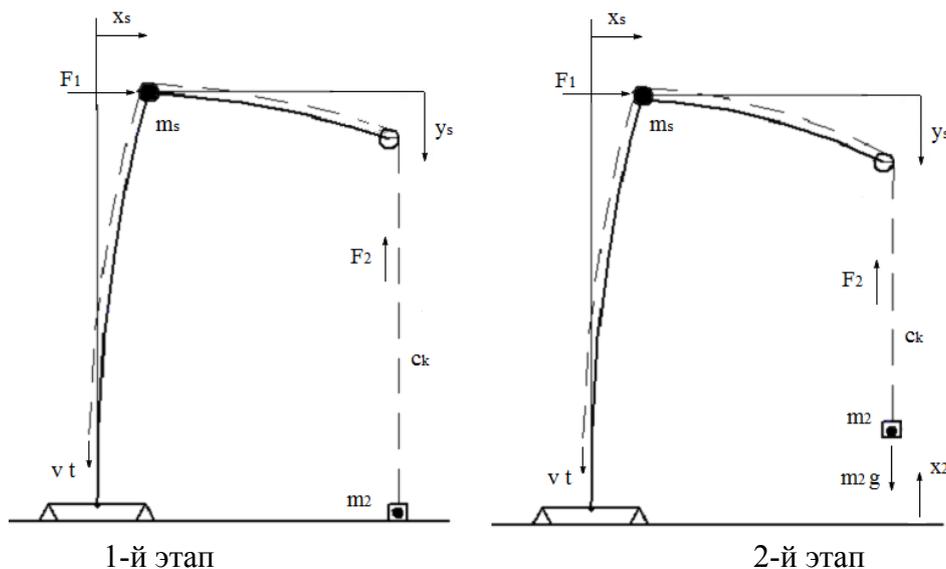


Рис. 1. Принципиальные расчётные схемы башенного крана при подъёме груза с «подхватом»

Математическое описание этих процессов получено в следующем виде [4].

Перемещение приведённой массы крана в горизонтальной и вертикальной проекциях.

$$x_S = \delta_{11} \cdot F_1 + \delta_{12} \cdot F_2 ; \quad (1)$$

$$y_S = \delta_{21} \cdot F_1 + \delta_{22} \cdot F_2 , \quad (2)$$

где F_1 – сила инерции, действующая на приведённую к головке башни массу m_s ;

F_2 – усилие в канате;

δ_{11} – коэффициент податливости первой массы;

δ_{22} – коэффициент податливости второй массы;

$\delta_{12} = \delta_{21}$ – коэффициент податливости первой и второй масс.

Сила инерции:

$$F_1 = -m_s \cdot \frac{d^2 x_s}{dt^2} . \quad (3)$$

Усилие в канате:

$$F_2 = c_k \cdot (v \cdot t - y_s - x_2) . \quad (4)$$

На первом этапе работы механизма подъёма груз находится на основании, т.е. $x_2 = 0$.

Вертикальное перемещение головки стрелы, используя уравнения (1), (2), (3) и (4) для первого этапа подъёма груза с основания, примет вид:

$$y_s = \frac{\delta_{12}}{\delta_{11} + c_k \cdot (\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2)} \cdot x_s + \frac{c_k \cdot (\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2) \cdot v \cdot t}{\delta_{11} + c_k \cdot (\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2)} , \quad (5)$$

где c_k – коэффициент жёсткости каната;

v – скорость перемещения подъёмного каната.

Таким образом, перемещение головки стрелы зависит от соотношения жесткостей, горизонтального перемещений $x_s(t)$ и перемещения подъёмного каната.

Из уравнений (3), (4) и (5) получим уравнение движения для первого этапа подъёма груза:

$$m_s \delta_{12} \frac{d^2 x_s}{dt^2} + \frac{(\delta_{22} \cdot c_k + \delta_{12})}{\delta_{11} + c_k \cdot (\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2)} x_s = c_k vt \cdot \frac{\delta_{12}}{\delta_{11} + c_k \cdot (\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2)}. \quad (6)$$

Начальные условия:

$$t = 0; x_s = 0; \frac{dx_s}{dt} = 0.$$

Решение уравнения движения (6) имеет вид:

$$x_s = \frac{c_k \delta_{12}^2}{1 + c_k \delta_{22}} \cdot \left(vt - \frac{v}{\Omega} \cdot \sin \Omega t \right), \quad (7)$$

где Ω – собственная частота колебаний массы m_s в доотрывной стадии.

$$\Omega = \sqrt{\frac{1 + c_k \delta_{22}}{m_s (\delta_{11} + c_k \delta_{11} \delta_{22} - c_k \delta_{12}^2)}}. \quad (8)$$

Усилие в канате на первом этапе подъёма:

$$F_2 = c_k (vt - y_s) = \frac{c_k v}{(1 + c_k \delta_{22}) \Omega} \cdot \left[\Omega t + \frac{\delta_{12} \cdot \sin \Omega t}{\delta_{11} + c_k (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} \right]. \quad (9)$$

Первый этап заканчивается, когда усилие в канате F_2 будет равно весу груза:

$$m_{zp} g = \frac{c_k v}{(1 + c_k \delta_{22}) \Omega} \cdot \left[\Omega t + \frac{\delta_{12} \cdot \sin \Omega t}{\delta_{11} + c_k (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} \right].$$

Воспользовавшись уравнениями (1), (2), (4), получим уравнение движения на втором этапе и равновесия усилий, действующих в подъёмном канате (рис. 1):

$$F_2 = m_2 \left(g + \frac{d^2 x_2}{dt^2} \right) = c_k (vt - y_s - x_2). \quad (10)$$

Уравнения движения для второго этапа подъёма груза башенным краном будут иметь вид:

$$\begin{aligned} m_s \frac{d^2 x_s}{dt^2} + \frac{(\delta_{22} c_k + 1)}{\delta_{11} + c_k (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} x_s + \frac{\delta_{12} c_k}{\delta_{11} + c_k (\delta_{11} \delta_{12} - \delta_{12}^2)} x_2 = \\ = c_k vt \frac{\delta_{12}}{\delta_{11} + c_k (\delta_{12} \delta_{22} - \delta_{12}^2)}. \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \frac{\delta_{21} c_k}{\delta_{11} + c_k (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} x_s + \frac{\delta_{11} c_k}{\delta_{11} + c_k (\delta_{11} \delta_{12} - \delta_{12}^2)} x_2 = \\ = c_k vt \frac{\delta_{11}}{\delta_{11} + c_k (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} - m_2 g. \end{aligned} \quad (12)$$

Динамические схемы работы механизма подъёма башенного крана при подъёме груза с «подхватом», приведённые на рис. 2, позволяют получить более точные выводы о динамических усилиях в подъёмном канате и несущей конструкции крана [5].

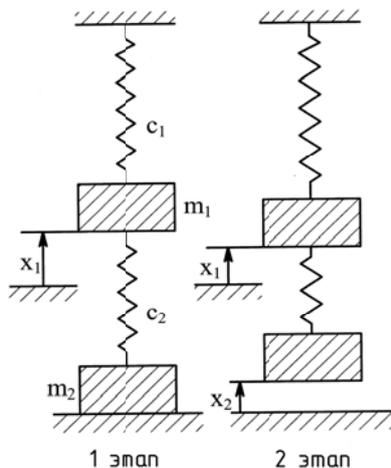


Рис. 2. Динамические схемы работы механизма подъёма при подъёме груза с «подхватом»

Преобразуем уравнения (11) и (12), введя следующие соотношения:

$$x_1 = \frac{\delta_{12}}{\delta_{11}} x_s ; \quad m_1 = \left(\frac{\delta_{11}}{\delta_{12}}\right)^2 m_s ; \quad c_1 = \frac{\delta_{11}}{\delta_{12}^2} ; \quad c_2 = \frac{c_k \delta_{11}}{\delta_{11} + c_k (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2)} .$$

Получим уравнения движения для второго этапа подъёма груза с «подхватом»:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + c_2 (x_1 + x_2) + c_1 x_1 = c_2 vt . \tag{13}$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + c_2 (x_1 + x_2) = c_2 vt - m_2 g . \tag{14}$$

Данные уравнения являются уравнениями движения механизма подъёма башенного крана как двухмассовой электромеханической системы [4]. Первой массой является металлоконструкция крана и сам механизм подъёма, а второй массой – поднимаемый груз.

По этим уравнениям можно рассчитать усилие F_2 , создающее крутящий момент на валу двигателя [3]:

$$M = \frac{F_2 \cdot D_{\delta}}{2 \cdot \alpha \cdot \eta_n \cdot u_m \cdot \eta_m} , \tag{15}$$

где D_{δ} – диаметр грузового барабана;

α – кратность полиспаста;

η_n – КПД полиспаста;

u_m – передаточное число механизма;

η_m – КПД механизма.

Для большей наглядности подъёма груза башенным краном уравнения (13) и (14) перепишем, введя другие обозначения переменных состояния:

$$m_1 a_1(t) + c_2 (x_1 + x_2) + c_1 x_1 = c_2 l . \tag{16}$$

$$m_2 a_2(t) + c_2(x_1 + x_2) = c_2 l - m_2 g, \quad (17)$$

где $a_1(t)$ и $a_2(t)$ – ускорения первой и второй масс, соответственно;
 l – длина каната, наматываемого на барабан.

Согласно уравнениям (16) и (17) была разработана и построена математическая модель подъёма груза башенным краном в MATLAB Simulink. Данная модель была построена для башенного крана серии КБ-100.1АС грузоподъёмностью 5 тонн с расчётными параметрами: $m_1 = 15360$ кг; $m_2 = 5000$ кг; $c_1 = 1,06 \cdot 10^7$ Н/м; $c_2 = 3,45 \cdot 10^4$ Н/м; $l = 1$ м; $g = 9,81$ м/с².

Подставив расчётные параметры в уравнения движения груза при подъёме краном и промоделировав их, получим графики перемещений, скоростей и ускорений первой и второй масс в момент отрыва груза от основания. Графики перемещений, скоростей и ускорений первой и второй масс приведены на рис. 3, рис. 4 и рис. 5.

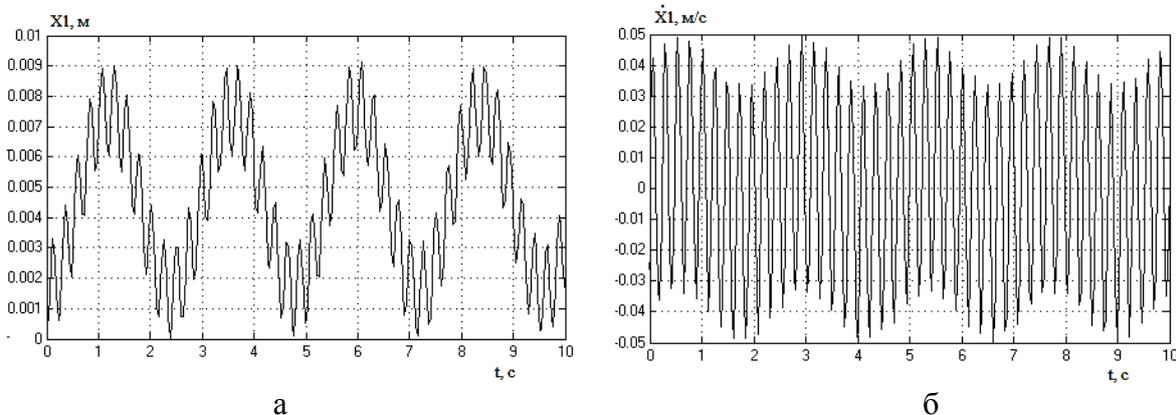


Рис. 3. Графики перемещения и скорости первой массы:
а – перемещения; б – скорости

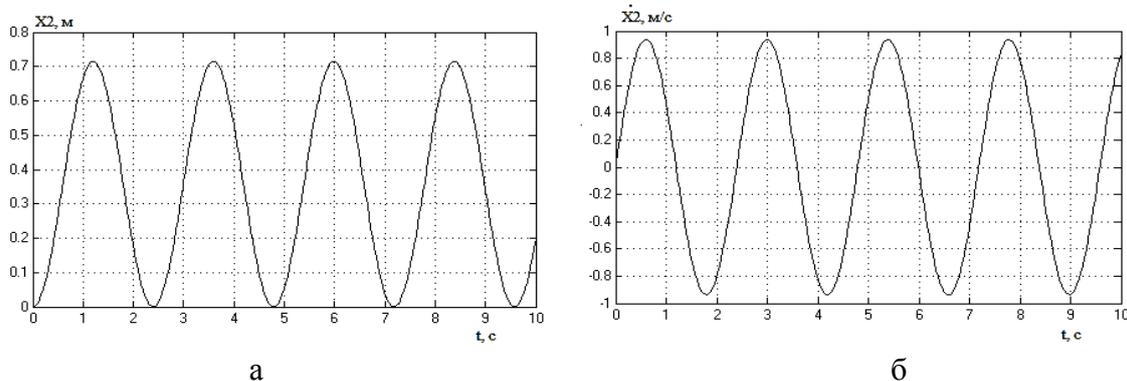


Рис. 4. Графики перемещения и скорости второй массы:
а – перемещения; б – скорости

По полученным графикам видно, что при подъёме груза с «подхватом» башенным краном наблюдаются значительные колебания как металлоконструкции крана, так и самого груза в послеотрывной период движения груза. Нахождение динамических нагрузок для подъёма груза с «подхватом» и без него является наиболее сложным процессом, так как на их формирование оказывают влияние многие факторы: способ управления двигателем (последовательность операций управления); тип контроллера механизма подъёма; вид основания, с которого поднимается груз; форма и вид груза; качество строповки груза; изменение движущего усилия двигателя при изменении натяжения канатов; изменение жёсткости подвеса груза в процессе натяжения канатов [3]. Некоторые из этих факторов можно учесть

только аналитически. Другие – учитывать так, чтобы при определённом их значении получить рациональные эксплуатационные условия перемещения грузов. С учетом сказанного обеспечить эти условия при ручном управлении краном невозможно. Выдерживать рациональные эксплуатационные условия в процессе всего технологического перемещения грузов возможно при повышении степени автоматизации электромеханической системы [2]. В дальнейших исследованиях планируется разработать адаптивную систему управления электроприводом механизма подъёма башенного крана, способную автоматически настраиваться на вид и характер подъёма груза, тем самым убирая «подскок» груза при подъёме. Определить параметры электромеханической системы механизма подъёма башенного крана и способы их коррекции для ограничения динамических нагрузок при подъёме груза краном.

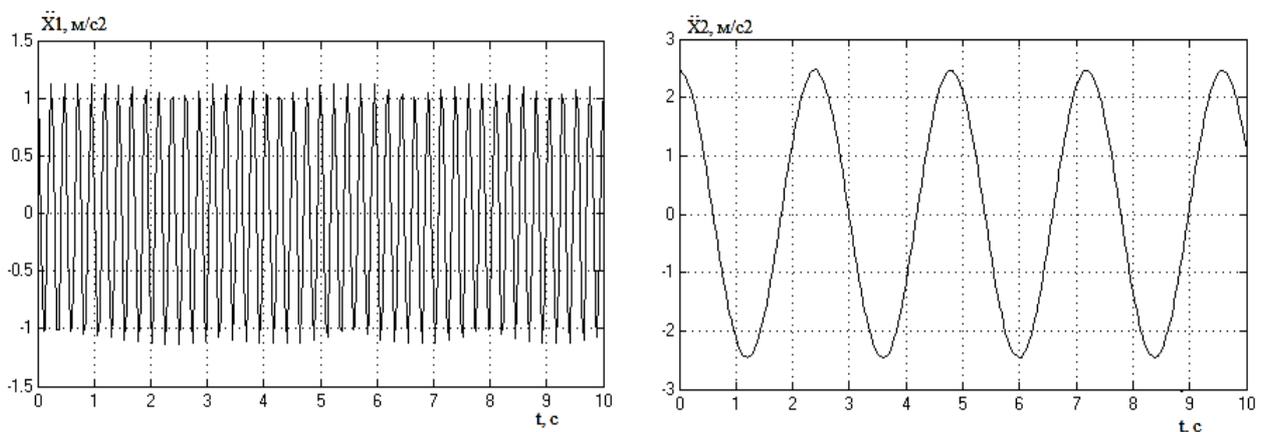


Рис. 5. Графики ускорений первой и второй масс

ВЫВОДЫ

Была получена математическая модель электромеханической системы механизма подъёма башенного крана с учётом динамических особенностей металлоконструкции крана и поднимаемого груза. Математическая модель является двухмассовой, описывающей поведение металлоконструкции крана и поднимаемого груза в доотрывной и послеотрывной стадии движения груза при подъёме груза с основания. В пакете MATLAB Simulink была промоделирована математическая модель подъёма груза реального башенного крана и получены графики перемещений, скоростей и ускорений обеих масс. Данная модель позволяет более точно определить динамические нагрузки при подъёме груза башенным краном и рассчитать параметры электромеханической системы механизма подъёма с учетом податливости металлоконструкции крана.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гайдамака В. Ф. Грузоподъёмные машины : учебник / В. Ф. Гайдамака. – К. : Выща школа, 1989. – 328 с.
2. Корнієнко С. В. Шляхи вдосконалення електромеханічної системи крана на підставі підвищення ступеню автоматизації / С. В. Корнієнко, Н. В. Клімченкова, З. О. Березниченко // Електромеханічні та енергетичні системи, методи моделювання та оптимізації : зб. наук. пр. – Кременчук : КрНУ, 2012. – С. 128–129.
3. Герасимьяк Р. П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р. П. Герасимьяк, А. А. Леуцёв. – Одесса : СМІЛ, 2008. – 192 с.
4. Шеффлер М. Грузоподъёмные краны : в 2-х кн. Кн. 2 / М. Шеффлер, Х. Дресиг, Ф. Курт ; пер. с нем. – М. : Машиностроение, 1981. – 287 с.
5. Вайнсон А. А. Подъёмно-транспортные машины : учебник для вузов / А. А. Вайнсон. – М. : Машиностроение, 1989. – 536 с.